الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية ميلة — ثانوية كتامة –عين البيضاء احريش –

امتحان : بكالوريا تجريبي — دورة: مـــــاي 2022

الشعبة : علـــوم تجريبية — يـوم : 16 مــاي 2022

اختبار في مادة الرياضيات — المدّة: 3 ساعات ونصف

على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين التّاليين

الموضوع الأوّل

التمرين الأول (03 نقاط) :

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاث في كلّ حالة من الحالات التالية ، مع التبرير:

	الاقتراح (أ)	الاقتراح(ب)	الاقتراح (ج)
نعرف المتتالية (v_n) من أجل كل عدد طبيعي n $v_n = (4^{2\alpha}+4^{\alpha}-5)^n+3$ قيم العدد الحقيقي α التي تكون من أجلها $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = +\infty$ هي :	$\alpha = \ln 2$	$\alpha =]\ln 2;\ln 4[$	$\alpha =]\frac{1}{2};+\infty[$
معامل x^8 في منشور $(x+3)^{10}$ هو :	405	910	90
عدد الأعداد الفردية ذات 4 أرقام مختلفة مثنى مثنى والتي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام 1، 3 ،4 ، 5 ، 6 ،7 ، 9 هي:	2401	600	840

التمرين الثاني (05 نقاط) :

I. (u_n)متتالية حسابية متزايدة تماما حدها الأول u_0 وأساسها r حيث: $\begin{cases} u_1+3u_2+u_3=20 \\ {u_1}^2+5u_2+{u_3}^2=70 \end{cases}$

1) أحسب u_2 والأساس r لهذه المتتالية .

2) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n

3) بيّن أن العدد 6061 حد من حدود هذه المتتالية ثم عين رتبته وأحسب المجموع S: $S = u_0+u_1+\ldots\ldots+u_{2021}$

II. نعتبر المتتالية (w_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $w_n = \int_n^{n+1} e^{4-3x}dx$

1) أحسب w_0 ثم بيّن أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $w_n > 0$

2) أكتب عبارة w_n بدلالة n ، ثم أثبت أن (w_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q

3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (w_n)

4) استنتج أن المتتالية (w_n) متقاربة ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} w_n$

5) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = (3w_0e^{u_0})+(3w_1e^{u_1})+\ldots\ldots..+(3w_ne^{u_n})$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I. نعتبر صندوقين متماثلين U_1 و U_2 بحيث : U_1 يحتوي على خمس كرات حمراء تحمل الأرقام {1،1،1، 0 ، 1-} وثلاث كرات خضراء تحمل الارقام{1،1، 0 } و U_2 يحتوي على اربع كرات حمراء تحمل الأرقام {1،1،1، 0} وكرتين خضراوين تحملان الرقمين {1، 0 }

نختار عشوائيا أحد الصناديق فإذا كان U_1 نسحب منه ثلاث كرات على التوالي دون إرجاع وبطريقة عشوائية واذا كان U_2 نسحب منه ثلاث كرات في آن واحد وبطريقة عشوائية كذلك

1) أحسب احتمال الأحداث التالية:

A : " سحب ثلاث كرات من نفس اللون "

B : " سحب ثلاث كرات تحمل نفس الرقم "

C : " سحب كرة خضراء على الأقل "

D : " سحب ثلاث كرات جداء أرقامهما معدوم"

E : " سحب ثلاث كرات مجموع أرقامهما معدوم "

2) بيّن أنّ : $P(A\cap B)=\dfrac{89}{3360}$ ثم استنتج $P(\overline{A\cup B})$ ، هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟ علل جوابك

3) علما أن الكرات الثلاث المسحوبة من نفس الرقم ، ما هو احتمال أن تكون الكرات الثلاث المسحوبة من الصندوق U_1

II. نأخذ الكرات الموجودة في الصندوقين U_1 و U_2 ونضعها جميعها في صندوق واحد U_3 ثم نسحب عشوائيا منه كرتين في آن واحد وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة جداء الرقمين اللذان تحملهما الكرتين المسحوبتين .

أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

<u>التمرين الرابع (07 نقاط) :</u>

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=-3x^2+2-\ln x$

1) أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.8<\alpha<0.9$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-e+\dfrac{1-\ln x}{3x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

1) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و فسر النتيجة الأولى هندسيا

2) أ- بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له

ب- أدرس الوضع النسبي بين (C_f) ومستقيمه المقارب المائل (Δ)

3) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ فإن : $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{3x^2}$

4) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

5) أثبت أنّ $f(\alpha)=2\alpha-e-\dfrac{1}{3\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

6) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي المستقيم (Δ) ، ثم اكتب معادلة (T)

7) أ- أنشئ (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f)

8) نسمي $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=\alpha$ و $x=e$

✓ بيّن أن : $A(\alpha)=\dfrac{1}{6}(3\alpha^2-1)^2\ cm^2$

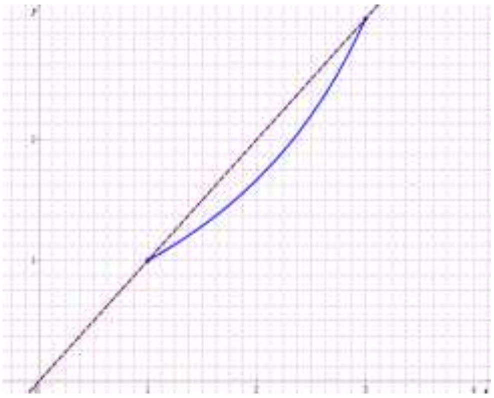
9) لتكن الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=|f(x)|$

أ- أنشئ (C_h) منحنى الدالة h معتمدا على (C_f) منحنى الدالة f

ب- عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $h(x)=e^m$ أربعة حلول

الموضوع الثـــاني

التمرين الأول (05 نقاط) :



المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

f الدالة المعرفة على المجال $[1;3]$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{3+x}{5-x}$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$

I. تحقق ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1;3]$ ثم بيّن أنّ :

من أجل كل $x\in[1;3]$ فإنّ $f(x)\in[1;3]$

II. (u_n) متتالية معرفة بحدها الأوّل $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

1) انقل الشكل المقابل ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 (لا يطلب حساب الحدود)

ثمّ ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها .

2) أ- برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $1<u_n\le\dfrac{5}{2}$

ب- بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقضة تماما

3) أ- برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-1\le\dfrac{4}{5}(u_n-1)$

ب- استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n-1\le\left(\dfrac{4}{5}\right)^n$ ، ثم عين $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$

III. (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=\dfrac{u_n-1}{3-u_n}$

1) برهن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ، يطلب حساب حدها الأول v_0

2) اكتب بدلالة n عبارة v_n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

3) احسب بدلالة n المجموع S_n : $S_n=v_0+2v_1+\dots\dots+2^n v_n$

التمرين الثاني (04 نقاط) :

قسم ثالثة علوم تجريبية 1 به 26 تلميذ منهم 14 ذكور احدهم اسمه علي و 12 إناث إحداهن اسمها عائشة ، في بداية السنة الدراسية طلبت ادارة ثانوية كتامة من الأستاذ المسؤول عن هذا القسم تشكيل لجنة تتضمن عريف ونائبه الاول ونائبه الثاني (نفرض أنّ جميع التلاميذ لهم نفس الحظوظ لكي يقع عليهم الاختيار)

1) ما عدد اللجان التي يمكن تكوينها

2) أحسب احتمال الأحداث التالية:

A : " اللجنة مشكلة من الذكور فقط "

B : " اللجنة من جنسين مختلفين "

C : " باللجنة أنثى على الأقل"

D : " العريف ذكر"

E : " العريف ذكر والنائب الأول أنثى"

F : " العريف ذكر أو النائب الأول أنثى "

G : " علي عضو باللجنة "

H : " عائشة عريف "

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل لجنة $X=-\alpha y+2z$ حيث (y عدد الإناث المتواجدات باللجنة و z عدد الذكور المتواجدون باللجنة) α عدد حقيقي

أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X بدلالة α

ت) عين قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون : $E(X)=-\dfrac{30}{13}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاث في كلّ حالة من الحالات التالية ، مع التبرير:

	الاقتراح (أ)	الاقتراح(ب)	الاقتراح (ج)
الجدول التالي يعرف قانون احتمال متغير عشوائي X ، قيمة α و β حتى يكون الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X يساوي 3.5 هي x_i : -3 ، -1 ، α ، 4 $p(X=x_i)$: 0.10 ، 0.40 ، β ، 0.30	$\alpha = 15$ $\beta = 0.2$	$\alpha = 8$ $\beta = 0.2$	$\alpha = 0.2$ $\beta = 3.5$
A و B حادثتان إذا كان : $p(A) = 0.3$ و $p(B) = 0.5$ و $p(\overline{A \cup B}) = 0.65$ فإنّ :	$p(A \cap B) = 0.65$	$p(A \cap B) = 0.45$	$p(A \cap B) = 0.15$
(u_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{2}{x}(2+\ln x)dx$ قيمة المجموع $S = u_0 + u_1 + \ldots\ldots + u_{42}$ هي :	$S = 2022$	$S = 1011$	$S = 2021$
نعتبر من اجل كل عدد طبيعي n العدد الحقيقي : $a = \ln\left(\sqrt{n+e}-\sqrt{n}\right)^{2022} + \ln\left(\sqrt{n+e}+\sqrt{n}\right)^{2022}$	$a = 0$	$a = 2022$	$a = 2022n$
إذا كانت الأعداد $(1-2e^{\alpha})$ ، 3 ، 27 بهذا الترتيب تشكل حدود متعاقبة لمتتالية هندسية فإن :	$\alpha = -\ln 3$	$\alpha = -\ln 2$	$\alpha = 3$

التمرين الرابع (06 نقاط) :

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي : $g(x) = \dfrac{x^2(3-x)}{x-1}$

✓ أدرس إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}-\{1\}$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{x^3-4x^2+8x-4}{(x-1)^2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. ب- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$ و فسر النتائج هندسيا

2) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فإن : $f'(x) = -\dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}-\{1\}$ ثم شكل جدول تغيراتها

4) أ- بيّن أنه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $f(x) = x-2+\dfrac{3x-2}{(x-1)^2}$

ب- بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له ،ثم أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)

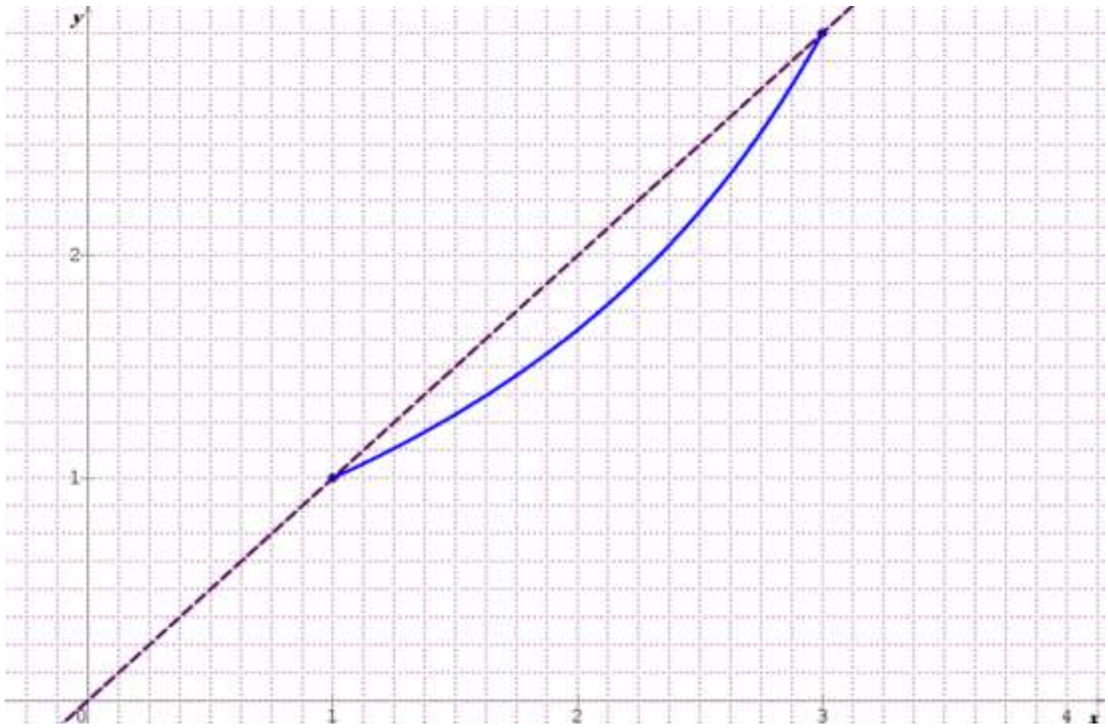
5) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث : $0.7 < \alpha < 0.8$

6) عين معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند ا لنقطة ذات الفاصلة $\dfrac{1}{3}$

7) أ- انشئ (T) ، (Δ) والمنحنى (C_f)

ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)-x=m$

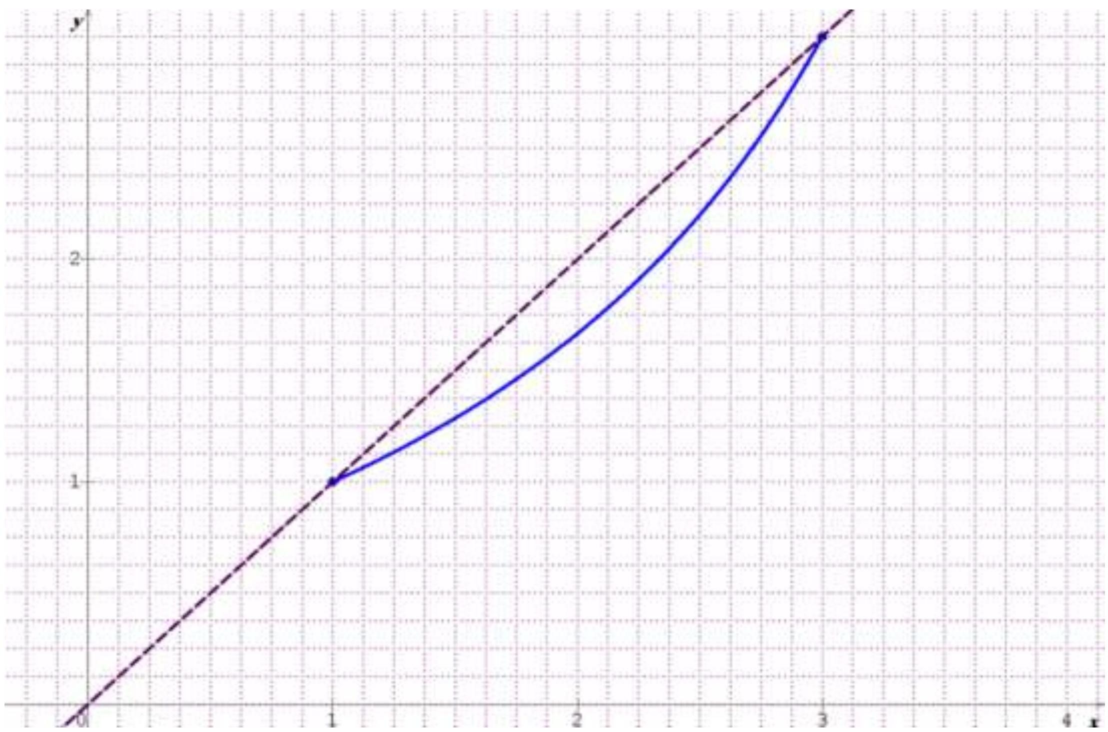
وثيقة مرفقة خاصة بالتمرين الأول- الموضوع الثاني :



الاسم واللقب :..

.................................✂...✂...✂.....................................✂...............

وثيقة مرفقة خاصة بالتمرين الأول- الموضوع الثاني :



الاسم واللقب :..